

中证指数研究报告

股票价格指数计算方式评析



目录

一、传统的拉式和派式加权指数比较.....	2
(一) 传统拉式加权指数.....	2
(二) 传统派式加权指数.....	3
(三) 传统的拉式和派式加权指数的关系.....	3
二、除数修正与指数计算	4
三、采用除数修正的拉式与派式加权指数.....	5
(一) 上证综合指数.....	5
(二) NYSE 综合指数采用的拉式加权方法	5
(三) 上证综合指数与 NYSE 综合指数比较.....	6
(四) 计算案例.....	7

图表目录

表格 1 传统拉式加权指数计算案例.....	2
表格 2 除数修正计算案例.....	4
表格 3 基日.....	7
表格 4 第一日.....	7
表格 5 特殊事件调整.....	8
表格 6 第二日.....	8

股票价格指数是反映市场各种股票价格的总体水平及其变动情况的指标。通常,股票价格指数计算方式有两类:简单算数平均和加权指数两类。简单算数平均方法假定所有股票都同等重要,这种方式并不能反映出市场的真实水平,因此,按照股票相对重要性给予不同权数的加权方法成为股票指数计算的主流方式。加权方法主要分为拉式加权法(Laspeyres)和派式加权法(Paasche)。

一、传统的拉式和派式加权指数比较

之所以称为传统的拉式和派式加权指数,是因为这类指数是不会进行基期调整或除数修正的。

(一) 传统拉式加权指数

拉式加权是以基期股本为权数的指数,公式如下:

$$LPI_t = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{P_{it}}{P_{0i}} \cdot V_{0i}}{\sum_{i=1}^n V_{0i}} \times 100 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{P_{it}}{P_{0i}} \cdot P_{0i} Q_{0i}}{\sum_{i=1}^n P_{0i} Q_{0i}} \times 100$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n P_{it} Q_{0i}}{\sum_{i=1}^n P_{0i} Q_{0i}} \times 100$$

Q_{0i} 为基期(0期)第*i*只股票的股本, P_{0i} 为基期第*i*只股票的价格, P_{it} 为报告期(*t*期)第*i*只股票的价格, $P_{it} Q_{0i}$ 为以报告期价格计算的基期股票的市值, $V_{0i} = P_{0i} Q_{0i}$ 为以基期价格计算的基期股票的市值。假设指数由如下5只股票构成:

表格 1 传统拉式加权指数计算案例

股票	2001年		2004年	
	股价	股本	股价	股本
A	32	120	35	180
B	45	360	45	360
C	50	720	55	760
D	20	360	24	320
E	15	360	15	320

$$LPI_{2004} = \frac{35 \times 120 + 45 \times 360 + 55 \times 720 + 24 \times 360 + 15 \times 360}{32 \times 120 + 45 \times 360 + 50 \times 720 + 20 \times 360 + 15 \times 360} \times 100 = 107.87$$

(二) 传统派式加权指数

派式加权指数是以报告期股本为权数的指数，派氏指数的公式如下：

$$PPI_t = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{P_{ti}}{P_{0i}} \cdot V_{ti}}{\sum_{i=1}^n V_{ti}} \times 100 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{P_{ti}}{P_{0i}} \cdot P_{0i} Q_{ti}}{\sum_{i=1}^n P_{0i} Q_{ti}} \times 100$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n P_{ti} Q_{ti}}{\sum_{i=1}^n P_{0i} Q_{ti}} \times 100$$

其中， Q_{ti} 为报告期第*i*只股票的股本， P_{0i} 为基期第*i*只股票的价格， P_{ti} 为报告期第*i*只股票的价格， $P_{ti}Q_{ti}$ 为以报告期价格计算的报告期股票的市值， $P_{0i}Q_{ti}$ 为以基期价格计算的报告期股票的市值。根据案例1的数据得：

$$PPI_{2004} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{ti} Q_{ti}}{\sum_{i=1}^n P_{0i} Q_{ti}} \times 100$$

$$= \frac{35 \times 180 + 45 \times 360 + 55 \times 760 + 24 \times 320 + 15 \times 320}{32 \times 180 + 45 \times 360 + 50 \times 760 + 20 \times 320 + 15 \times 320} \times 100 = 107.90$$

(三) 传统的拉式和派式加权指数的关系

1、拉式和派式加权指数的理论关系

Ladislaus von Bortkiewicz (1923) 推导出拉式加权价格指数和派式加权价格指数存在如下关系：

$$\frac{P_P}{P_L} = 1 + \rho \cdot V_p \cdot V_q$$

其中， V_p 表示价格比 $\frac{P_t}{P_0}$ 的标准差系数， V_q 表示股本比 $\frac{Q_t}{Q_0}$ 的标准差系数，

ρ 为价格比和股本比的相关系数，这就是著名的 Bortkiewicz 定理。

根据该定理可知，拉式价格指数与派式价格指数的大小完全由 ρ 决定：

- (1) 当 $\rho < 0$ 时，即价格比与股本比负相关时， $P_L > P_P$ ；
- (2) 当 $\rho = 0$ 时，即价格比与股本比不相关时， $P_L = P_P$ ；
- (3) 当 $\rho > 0$ 时，即价格比与股本比正相关时， $P_L < P_P$ ；

在不同的市场环境，拉式加权指数和派式加权指数均有不同的适用情况。

当 $\rho < 0$ 时，市场下行时，拉式加权指数大于派式加权指数；当 $\rho > 0$ 时，市场上涨时，拉式加权指数小于派式加权指数。

2、拉式和派式加权指数的区别

拉式加权指数是以基期股本数量作权数，计算时只需掌握基期股本数据即可，编制较为方便，同时固定基期股本的指数能够显示长期价格的相对变动趋势。因此，拉式加权指数应用范围较广，尤其在物价指数方面。但是拉式加权指数的缺点是，当某只股票股本数量发生变动，其仍采用基期数据，会导致低估的情况。

派式加权指数是以当期股本数量作为权数，虽然基期价格保持固定，但是基期股本数量经常变化，虽然能够反映价格和数量变动的情况，但是由于基期经常变动，所以不同时期的指数缺乏可比性。

因此，不做除数修正的传统拉式加权指数和派式加权指数都存在缺陷，无法准确反映市场的实际情况。

二、除数修正与指数计算

在股票价格指数编制和计算过程中，当样本股和股本结构发生变化，或样本股调整市值出现非交易因素变动时，如送股、转增、增发、配股、债转股、吸收合并、分立、回购，以及新股上市和老股摘牌等公司行为引起的股本变动都会影响指数结果。为了保证指数计算的连续性和可比性，通常股票价格指数会采用除数修正法（基期修正），使指数在发生该行为的前后在数值上相等，从而使其具有可比性和连续性

股票价格指数修正源于 1928 年。当时道琼斯公司为克服单纯平均法的不足而发明的一种计算股票价格平均数的方法，即除数修正法，又称道式修正法。其核心是通过除数修正因股票分割、增资、发放红股等因素造成股价平均数的变化，以保持股价平均数的连续性和可比性。

假设 A、B、C 三只股票的价格分别是 30 元、20 元、10 元，当 A 股票每股分割成两股时，其前后的股票平均价格就会有所不同。

表格 2 除数修正计算案例

股票	分割前价格	分割后价格	除数修正
A	30	15	(30+20+10) /3= (15+20+10)/ 新除数
B	20	20	
C	10	10	
平均股价指数	(30+20+10) /3=20	(15+20+10)/3=15	新除数=2.25

分割前后平均股价下降了 5 元，这并非是由于股票价格下跌，而是由于某种公司行为导致了股价的非交易性变动，此时要对指数进行修正，使其前后一致。

为使分割后的平均股价与分割前相同，就要对除数进行调整。根据：

$$\text{变动前股价总额/旧除数}=\text{变动后股价总额/新除数}$$

即， $(30+20+10)/3=(15+20+10)/\text{新除数}$ ，则新除数=2.25。这样经过修正的分割后的平均股价则为 $(15+20+10)/2.25=20$ ，与分割前是一致的。以后的计算就用2.25为除数，直到出现某种公司行为需要再次修正，这就是道式修正法。

在道琼斯发明除数修正法的同时，标准普尔公司的前身——标准统计公司也发明了一种指数修正方法——基期修正法。其计算公式为：

$$\text{调整后总市值/新基期}=\text{调整前总市值/原基期}$$

除数修正法和基期修正法从数学上看都是对除数即分母进行修正，可以说基期修正法可以看成是除数修正法，或者说广义的除数修正法包括基期修正法。

三、采用除数修正的拉式与派式加权指数

为了便于理解，报告采用上证综合指数和NYSE综合指数作为样例进行分析。上证综合指数采用的是派式加权方法；NYSE综合指数采用的是拉式加权方法。

（一）上证综合指数

上证综合指数采用的派许加权方式，计算公式为：

$$\text{报告期指数}=\text{报告期成份股的调整市值/除数}\times 1000$$

其中，调整指数= \sum （股价*调整股本数）。

当样本股名单、股本结构发生变化或样本股的调整市值出现非交易因素的变动时，采用“除数修正法”修正原除数，以保证指数的连续性。修正公式为：

$$\text{修正前的调整市值/原除数}=\text{修正后的调整市值/新除数}$$

其中，修正后的调整市值=修正前的调整市值+新增（减）调整市值，由此计算新除数，并据此计算以后的指数。

（二）NYSE综合指数采用的拉式加权方法

NYSE综合指数采用的拉式方法，计算公式为：

$$\text{index}_t = \frac{\sum_{i=1}^n (P_{it} Q_{it})}{C_t \sum_{i=1}^n P_{i0} Q_{i0}} \times \text{BaseIndexValue} = \frac{M_t}{B_t} \times \text{BaseIndexValue}$$

上述公式可以简化为：

$$index_t = \frac{M_t}{D_t}$$

其中：

D_t 为 t 期的除数，

$B_t = C_t \sum_{i=1}^n P_{i0} Q_{i0}$ ， B_t 为 t 时刻调整基期市值（新基期，新除数），

C_t 为基期市值的调整因子，

P_{i0} 为股票 i 在基期的收盘价（2002 年 12 月 31 日），

Q_{i0} 为公司 i 在基期的股本数（2002 年 12 月 31 日），

P_{it} 为股票 i 在 t 期的价格，

Q_{it} 为公司 i 在 t 期的股本数，

n 为指数中的股票数量，

t 为指数的计算日期，

M_t 为指数在 t 期的市值。

NYSE 综合指数的市值受大量的非价格因素的影响，由公司行为引起的股本变动，如送股、转增、增发、配股、债转股、吸收合并、分立、回购，以及新股上市和老股摘牌都会影响指数的结果。因此，为了保证指数计算的连续性和可比性，NYSE 综合指数采用除数修正法，计算公式为：

$$D_t = D_{t-1} \times \frac{\sum P_{it-1} Q_{it-1} \pm \Delta MC_t}{\sum P_{it-1} Q_{it-1}}$$

其中， D_{t-1} 为 t-1 期的除数， D_t 为 t 期的除数， P_{it-1} 为股票 i 在 t-1 期的价格， Q_{it-1} 为公司 i 在 t-1 期的股本数， ΔMC_t 为新增减调整市值。

（三）上证综合指数与 NYSE 综合指数比较

1、上证综合指数派式加权

报告期指数=报告期成份股的调整市值/除数*1000= $\frac{M_t}{D_t}$

新除数=原除数*修正后的调整市值/修正前的调整市值

$$= D_{t-1} \times \frac{\sum P_{it-1} Q_{it-1} \pm \Delta MC_t}{\sum P_{it-1} Q_{it-1}}$$

2、NYSE 综合指数拉式加权

$$index_t = \frac{M_t}{D_t}$$

$$D_t = D_{t-1} \times \frac{\sum P_{it-1} Q_{it-1} \pm \Delta MC_t}{\sum P_{it-1} Q_{it-1}}$$

由此可以看出，通过除数修正后的指数，因计算采用的是最新的除数，相当于新基期的股本与报告期的股本始终保持一致。

从拉式加权的角度看，以新基期的股本是权数，报告期与新基期采用一样的股本，这就属于拉式加权；

从派式加权的角度看，以报告期的股本为权数，新基期与报告期采用一样的股本，这就属于派式加权。

因此，经过除数修正后的指数，无论是拉式加权还是派式加权指数其结果都是一致的。

（四）计算案例

假定选择三个股票作为样本股计算指数，以基日股票调整市值为基值，基点指数定为 1000 点。

表格 3 基日

	股票	总股本	收盘价	调整市值
基日	A	9000	5	45000
	B	4000	9	36000
	C	5000	20	100000
			总调整市值	181000

指数计算	总调整市值 (1)	除数 (2)	基期指数 (3)	收盘指数 (1)/(2)*(3)
	181000	181000	1000	1000

表格 4 第一日

	股票	总股本	收盘价	调整市值
第一日	A	9000	5.1	45900
	B	4000	9.05	36200
	C	5000	19	95000
			总调整市值	177100

拉式加权：

$$\begin{aligned} \text{报告期指数} &= \text{报告期调整市值} / \text{除数} * 1000 \\ &= 177100 / 181000 * 1000 = 978.45 \end{aligned}$$

派式加权：

$$\begin{aligned} \text{报告期指数} &= \text{报告期调整市值} / \text{除数} * 1000 \\ &= 177100 / 181000 * 1000 = 978.45 \end{aligned}$$

表格 5 特殊事件调整

股票	调整后总股本	收盘价	调整市值
A	20000	5.1	102000
B	4000	9.05	36200
C	5000	19	95000
		调整后总调整市值	233200

特殊事件：次日，A 股总股本增加 11000。

修正前总调整市值 (1)	修正后总调整市值 (2)	原除数 (3)	新除数 (3) * (2) / (1)
177100	233200	181000	238335.4

表格 6 第二日

第二日	股票	总股本	收盘价	调整市值
	A	20000	4.8	96000
	B	4000	9	36000
	C	5000	19.2	96000
			总调整市值	228000

指数计算	总调整市值	除数	基期指数	收盘指数
	228000	238335.4	1000	956.635

拉式加权：

$$\begin{aligned} \text{报告期指数} &= \text{报告期调整市值} / \text{除数} * 1000 \\ &= 228000 / 238335.4 * 1000 = 956.635 \end{aligned}$$

派式加权：

$$\begin{aligned} \text{报告期指数} &= \text{报告期调整市值} / \text{除数} * 1000 \\ &= 228000 / 238335.4 * 1000 = 956.635 \end{aligned}$$

为了保证指数计算连续性，采用除数修正。无论是拉式还是派式都采用最新的除数，因此二者结果是相同的。